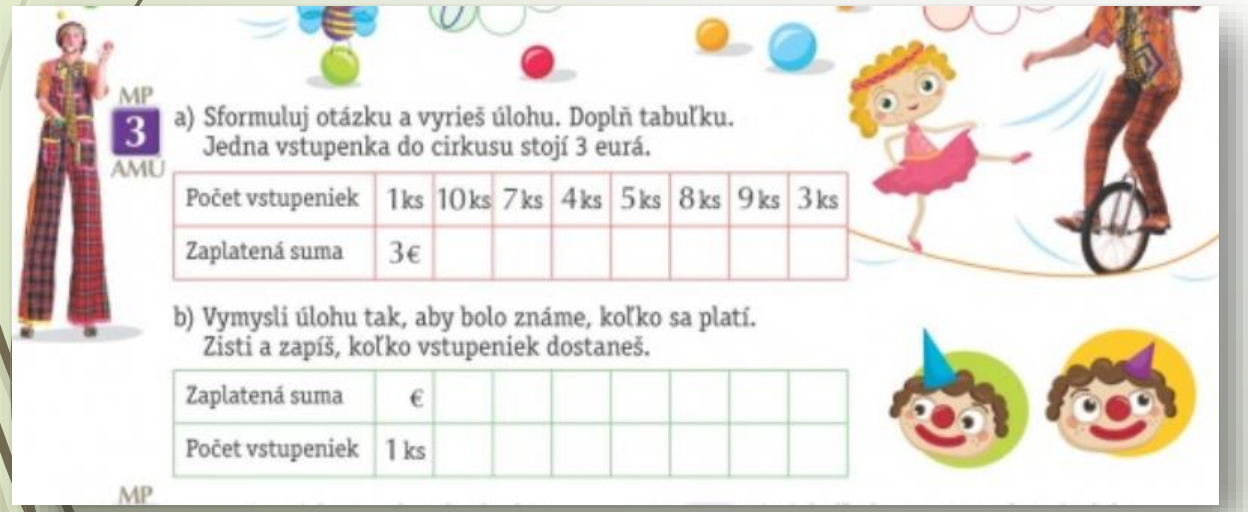
Priama a nepriama úmernosť

7. ročník

O čom to bude?

- Príklady hlavne na priamu úmernosť ste **už určite riešili**, aj keď ste nevedeli, že sa to tak volá.
- **Tu je niekoľko príkladov**:
- V dvoch rovnakých balíčkoch je spolu 24 cukríkov. Koľko cukríkov je v troch takýchto balíčkoch?
- Tri kamarátky zaplatili spolu za lístky do kina 15,50 € . Koľko by zaplatili za vstupenky, keby ich išlo do kina päť?
- Za štyri kilogramy banánov zaplatíme 6 €, koľko zaplatíme za sedem kilogramov?



MP 3 AMU

a) Sformuluj otázku a vyrieš úlohu. Doplň tabuľku.
Jedna vstupenka do cirkusu stojí 3 eurá.

Počet vstupeniek	1 ks	10 ks	7 ks	4 ks	5 ks	8 ks	9 ks	3 ks
Zaplatená suma	3 €							

b) Vymysli úlohu tak, aby bolo známe, koľko sa platí.
Zisti a zapíš, koľko vstupeniek dostaneš.

Zaplatená suma	€							
Počet vstupeniek	1 ks							

MP

Úloha z pracovného zošita pre 3.ročník ZŠ

Riešené úlohy:

- **V dvoch** rovnakých balíčkoch je spolu **24 cukríko**v. Koľko cukríkov je **v troch** takýchto balíčkoch?
- **Riešenie :**
- Najskôr sme vypočítali, koľko cukríkov je v 1 balíčku a potom v troch balíčkoch:
- 24 : 2 = 12 , teda v **1 balíčku je 12 cukríkov**.
- 3 · 12 = 36 , v **3 balíčkoch je spolu 36 cukríkov.**
- **Tri kamarátky** zaplatili spolu za lístky do kina **15,30 €** . Koľko by zaplatili za vstupenky, keby ich išlo do kina **päť**?
- **Riešenie:**
- **Jedna kamarátka** zaplatí za lístok : 15,30 : 3 = **5,10 €** .
- **Päť kamarátok** by zaplatilo : 5,10 · 5 = **25,50 €.**
- Za **štyri kilogramy** banánov zaplatíme **6 €**, koľko zaplatíme za **sedem** kilogramov?
- Za 1 kg banánov zaplatíme 6 : 4 = 1,5 € .
- **Za 7 kg banánov zaplatíme** 7 · 1,5 = **10,5 € .**

Priama úmernosť

- Čo to teda priama úmernosť je?
- Priama úmernosť je **závislosť dvoch veličín**, pre ktoré platí:

- **Koľkokrát sa zväčší prvá veličina, toľkokrát sa zväčší druhá veličina.**

  alebo

- **Koľkokrát sa zmenší prvá veličina, toľkokrát sa zmenší druhá veličina.**

- Čo to znamená:
  - Čo sú to veličiny? **Veličiny s**ú v našich príkladoch :
    - **Počet balíkov** cukríkov, **počet cukríkov** v balíku
    - **Počet kamarátok**, **cena za lís**tky do kina
    - **Množstvo banánov** v kilogramoch, **cena za** určité **množstvo** banánov.

Zapíš do zošita

Priama úmernosť

Čo to znamená **koľkokrát – toľkokrát** :

- **Počet balíkov** cukríkov, **počet cukríkov** v balíku:
- Koľkokrát viac mám balíkov , toľkokrát viac mám cukríkov .
- Alebo: Ak mám trikrát viac balíkov, mám aj trikrát viac cukríkov.

- **Počet kamarátok**, **cena za lístky** do kina :
- Koľkokrát menej je kamarátok , toľkokrát menej zaplatia za lístky.
- Alebo: Ak ide do kina dvakrát menej kamarátok, tak zaplatia za lístky dvakrát menej .

- **Množstvo banánov** v kilogramoch, **cena za** určité **množstvo** banánov.
- Koľkokrát viac kúpim kilogramov banánov , toľkokrát viac eur zaplatím.
- Alebo: Ak kúpim štyrikrát viac kilogramov banánov, zaplatím štyrikrát viac eur.

Priama úmernosť a tabuľka :

- **Zadanie úlohy:**
- **Za štyri mesiace** rodina pravidelným sporením našetrila **600** eur. Vyplň tabuľku, koľko naspori rodina za 1 mesiac, 2,3,5,6.... mesiacov. Tabuľku prekresli do zošita.

4 –krát menej

2 –krát viac

mesiace	4	1	2	3	5	6	7	8	9	10	11	12
nasporená suma	600	150										

4 –krát menej

2 –krát viac

Priama úmernosť :

Správne doplň chýbajúce údaje v tabuľke :

	Prvá veličina	Druhá veličina	Prvá veličina	Druhá veličina	Prvá veličina	Druhá veličina
Vzor :	1 kg jabĺk	**2,60 : 2 =1,30 €**	2 kg jabĺk	2,60 €	5 kg jabĺk	5 · 1,30=6,50 €
	za 1 hodinu		za 3 hodiny	auto prejde 180 km		auto prejde 240 km
	1vstupenka		5 vstupeniek	60 €	10 vstupeniek	
	1 kg múky	1,4 kg chlieb	0,5 kg múky		0,8 kg múky	
	1 kg čerstvých jabĺk		2 kg čerstvých jabĺk	600 g sušených jabĺk	0,5 kg čerstvých jabĺk	
		1 zachránený strom	1 250 kg papiera	10 zachránených stromov		65 zachránených stromov
	1 liter benzínu		6 litrov benzínu	auto prejde 100 km		auto prejde 500 km
	1 pánsky oblek		4 pánske obleky	14 m^2 látky	7 pánskych oblekov	
		1 % žiakov školy	20 chýbajúcich žiakov	5 % žiakov školy	70 chýbajúcich žiakov	

Trojčlenka – geniálny vynález

- Je to **veľmi jednoduchý** ale aj **veľmi účinný** spôsob, ako riešiť úlohy na priamu a nepriamu úmernosť.
- Trojčlenkou sa dajú riešiť napríklad aj percentá, mnohé úlohy z fyziky či chémie.
- Najskôr ukážem , ako riešiť trojčlenkou úlohy na priamu úmernosť.
- Prečo sa volá **trojčlenka** ?
- Lebo vždy v zadaní **tri členy** – čísla **poznáme** a štvrté chceme dopočítať .
- Trojčlenka má **dva riadky** a **dva stĺpce**.
- **Postup pri riešení úlohy trojčlenkou:**
- **ZÁPIS :**

1. **Prečítame** si poriadne zadanie**.**
2. **Do prvého riadku** trojčlenky zapíšeme **dve** súvisiace **ZNÁME** veličiny ,
3. **Do druhého riadku** trojčlenky zapíšeme **tretiu známu** veličinu a **neznámu štvrtú** veličinu – **x**.
4. Trojčlenku **podčiarkneme** .
5. Na okreje trojčlenky nakreslíme **dve zvislé šípky, tým istým smerom, ak ide o priamu úmernosť** . **Šípky majú opačný smer ak ide o nepriamu úmernosť !!!**

Zápis trojčlenky zo zadania:

Prečítaj si poriadne zadanie:

- Zapíš prvý riadok trojčlenky : →
- Zapíš druhú riadok trojčlenky: →
- POZOR !
- Čokolády pod čokolády, eurá pod eurá !
- Trojčlenku podčiarkneme .
- Vedľa trojčlenky nakreslíme šípky tým istým smerom.
- Druhú úlohu skús zapísať do zošita sám/a:
- Litre pod litre, kilometre pod kilometre!
- **Výpočet na nasledujúcej strane:**

7 čokolád stojí 10,50 €.

Koľko stojí 12 takýchto čokolád?

7	čokolád	.....	10,50 €
12	čokolád	.....	x €

Priemerná spotreba automobilu je 6 litrov na 100 kilometrov, akú vzdialenosť vie automobil pri tejto spotrebe prejsť na plnú nádrž, ktorá má 40 litrov?

6	litrov	.....	100 km
40	litrov	.....	x km

Výpočet trojčlenky :

7 čokolád stojí 10,50 €.

Koľko stojí 12 takýchto čokolád?

Zo zadania sme zapísali trojčlenku

- **Šípky** nám **ukazujú**, čo a ako zapísať pod čiaru:
- Kde šípka **začína**, to číslo píšeme ako **prvé**, potom deleno a druhé číslo:
- Vlastne sme takto zapísali **rovnosť pomerov** čokolád a cien.
- Potom ďalšími šípkami spojíme vnútorné a vonkajšie členy pomeru:
- Šípky nám teraz ukážu čo s čím násobiť, **začíname šípkami, ktoré ukazujú na x.**
- **Vypočítame x, zapíšeme odpoveď.**

7 čokolád .....10,50 €

12 čokolád ..... x €

$$12 : 7 = x : 10{,}50$$

$$7 \cdot x = 12 \cdot 10{,}50$$

$$7 \cdot x = 126$$

$$x = 126 : 7$$

$$x = 18\ €$$

12 čokolád stojí 18 €.

Výpočet trojčlenky – skús samostatne do zošita :

Priemerná spotreba automobilu je 6 litrov na 100 kilometrov, akú vzdialenosť vie automobil pri tejto spotrebe prejsť na plnú nádrž, ktorá má 40 litrov?

6 litrov .....100 km

40 litrov ..... x km

- **Šípky** nám **ukazujú**, čo a ako zapísať pod čiaru:
- Kde šípka **začína**, to číslo píšeme ako **prvé**, potom deleno a druhé číslo:
- Vlastne sme takto zapísali **rovnosť pomerov** litrov benzínu a kilometrov.
- Potom ďalšími šípkami spojíme **vnútorné** a **vonkajšie** členy pomeru:
- Šípky nám teraz ukážu čo s čím násobiť, **začíname šípkami, ktoré ukazujú na x.**
- **Vypočítame x, zapíšeme odpoveď.**

$$40 : 6 = x : 100$$

$$6 \cdot x = 40 \cdot 100$$

$$6 \cdot x = 4000$$

$$x = 4000 : 6$$

$$x \doteq 667 \text{ km}$$

Na plnú nádrž prejde automobil asi 667 km.

Nepriama úmernosť

- A čo to nepriama úmernosť je?
- Nepriama úmernosť je **závislosť dvoch veličín**, pre ktoré platí:

- **Koľkokrát sa zväčší prvá veličina, toľkokrát sa zmenší druhá veličina.**

  alebo

- **Koľkokrát sa zmenší prvá veličina, toľkokrát sa zväčší druhá veličina.**

- Príklady nepriamej úmernosti, takéto úlohy ste pravdepodobne ešte neriešili:
  - Robotníci majú natrieť most.

  Koľkokrát viac robotníkov bude most natierať, **toľkokrát menej dní** im to bude trvať.

  - Automobil má prejsť 100 km.

  Koľkokrát väčšia bude jeho **rýchlosť**, **toľkokrát menší** bude **čas**, za ktorý prejde túto vzdialenosť.

Zapíš do zošita

Nepriama úmernosť

- **Počet koní** u chovateľa , **počet dní** ako dlho vydrží veľká kopa sena:
- Koľkokrát viac má chovateľ koní , toľkokrát menej dní kopa sena vydrží .
- Alebo: Ak má chovateľ trikrát viac koní, zásoba sena vydrží trikrát menej .

- **Počet prítokov** do bazéna a **čas** ako dlho trvá napustenie bazéna :
- Koľkokrát menej je prítokov , toľkokrát viac hodín bude trvať napustenie bazéna .
- Alebo: Ak má bazén dvakrát menej prítokov, tak sa napustí za dvakrát väčší čas.

- **Počet strán** knihy prečítaných za deň, **počet dní,** za ktoré prečítam knihu.
- Koľkokrát viac strán denne prečítam, toľkokrát menej dní mi bude prečítanie knihy trvať.
- Alebo: Ak prečítam štyrikrát viac strán knihy za deň, bude mi prečítanie knihy trvať štyrikrát menej dní.

Nepriama úmernosť a tabuľka :

- **Zadanie úlohy:**
- Ak Filoména prečíta **denne 30 strán**, prečíta knihu **za 12 dní**.
- Vytvor tabuľku nepriamej úmernosti, ktorá vyjadruje **závislosť dní**, za ktoré prečíta knihu **od počtu strán**: 4, 6, 10, 15, 20, 30, 40, 45, 60, 90, potrebné hodnoty dopočítaj napr. úvahou, výpočtom počtu strán knihy

5 – krát menej

2 – krát viac

Počet strán	**30**	**4**	**6**	**10**	**15**	**20**	**40**	**45**	**60**	**90**
Počet dní	12		60						6	

5 –krát viac

2 – krát menej

Nepriama úmernosť :

Správne doplň chýbajúce údaje v tabuľke:

	Prvá veličina	Druhá veličina	Prvá veličina	Druhá veličina	Prvá veličina	Druhá veličina
Vzor :	1 kôň	**12 · 3 = 36 dní**	**3** kone	Zásoba sena vydrží **12** dní	4 kone	**36** : 4 = 9 dní
	1 koza	zásoba krmiva vydrží 60 dní	3 kozy			zásoba sena vydrží 10 dní
	1 traktor		5 traktorov	zorie pole za 8 hodín	10 traktorov	
	1 prítok		2 prítoky	bazén sa naplní za 16 hodín	3 prítoky	
	1 robotník		4 robotníci	natrú most za 6 dní		natrú most za 4 dni
	1 nákladné auto		10 nákladných áut	každé auto prejde 20 jázd na odvezenie zeminy		každé auto prejde 5 jázd na odvezenie zeminy

Výpočet trojčlenky – nepriama úmernosť:

6 koňom vydrží zásoba sena 15 dní.

Ako dlho vydrží táto zásoba sena 9 koňom?

Zo zadania **zapíšeme** trojčlenku

Pozor, kone pod kone, dni pod dni :

- **Šípky dáme opačným smerom, pretože jedna veličina sa zväčšuje a druhá zmenšuje !!! :**
- Kde šípka **začína**, to číslo píšeme ako **prvé**, potom deleno a druhé číslo:
- Vlastne sme takto zapísali **rovnosť pomerov** koní a dní.
- Potom ďalšími šípkami spojíme vnútorné a vonkajšie členy pomeru:
- Šípky nám teraz ukážu čo s čím násobiť, **začíname šípkami, ktoré ukazujú na x.**
- **Vypočítame x, zapíšeme odpoveď.**

6 koní ..... 15 dní

9 koní .....x dní

$$9 : 6 = 15 : x$$

$$9 \cdot x = 6 \cdot 15$$

$$9 \cdot x = 90$$

$$x = 90 : 9$$

$$x = 10 \text{ dní}$$

9 koňom vydrží zásoba sena 10 dní .

Výpočet trojčlenky – nepriama úmernosť:

Ak prejdem cyklotúru priemernou rýchlosťou 15 km za hodinu, bude mi to trvať 4 hodiny. Akú priemernú rýchlosť musím mať, ak chcem absolvovať túto cyklotúru za 3 hodiny?

Zo zadania **zapíšeme** trojčlenku

Pozor rýchlosť pod rýchlosť, čas pod čas:

- **Šípky dáme opačným smerom, pretože jedna veličina sa zväčšuje a druhá zmenšuje !!! :**
- Kde šípka **začína**, to číslo píšeme ako **prvé**, potom deleno a druhé číslo:
- Vlastne sme takto zapísali **rovnosť pomerov** rýchlosti a času.
- Potom ďalšími šípkami spojíme vnútorné a vonkajšie členy pomeru:
- Šípky nám teraz ukážu čo s čím násobiť, **začíname šípkami, ktoré ukazujú na x.**
- **Vypočítame x, zapíšeme odpoveď.**

15 km/h ..... 4 hodiny

x km/h ..... 3 hodiny

$$x : 15 = 4 : 3$$

$$3 \cdot x = 15 \cdot 4$$

$$3 \cdot x = 60$$

$$x = 60 : 3$$

$$x = 20 \text{ km/h}$$

Musím mať priemernú rýchlosť 20 km/h .

Vyskúšaj rozhodnúť o tom, či je závislosť priamou alebo nepriamou úmernosťou:

závislosť	PÚ	NÚ
Obvod štvorca od dĺžky strany štvorca.		
Čas, za ktorý teleso prejde danú vzdialenosť od rýchlosti telesa.		
Obsah štvorca od dĺžky strany štvorca.		
Cena tovaru od množstva tovaru.		
Teplota vzduchu od dátumu.		
Počet dní, za ktorý sa vykoná určitá práca od počtu robotníkov.		
Hmotnosť telesa od jeho objemu, ak je teleso z tej istej látky.		
Objem telesa od jeho hustoty, ak má teleso stále tú istú hmotnosť.		
Počet dní, za ktoré prečítam knihu od počtu strán, ktoré prečítam za deň.		
Hmotnosť sušených jabĺk od hmotnosti čerstvých jabĺk.		

- V závere prezentácie sú správne odpovede.

Výsledky

Priama úmernosť a tabuľka :

- **Zadanie úlohy:**
- **Za štyri mesiace** rodina pravidelným sporením našetrila **600** eur. Vyplň tabuľku, koľko naspori rodina za 1 mesiac, 2,3,5,6.... mesiacov. Tabuľku prekresli do zošita.

4 –krát menej

2 –krát viac

mesiace	4	1	2	3	5	6	7	8	9	10	11	12
nasporená suma	600	150	300	450	750	900	1050	1200	1350	1500	1650	1800

4 –krát menej

2 –krát viac

Priama úmernosť a tabuľka:

Správne doplň chýbajúce údaje v tabuľke:

	Prvá veličina	Druhá veličina	Prvá veličina	Druhá veličina	Prvá veličina	Druhá veličina
Vzor :	1 kg jabĺk	**2,60 : 2 =1,30 €**	2 kg jabĺk	2,60 €	5 kg jabĺk	5 · 1,30=6,50 €
	za 1 hodinu	auto prejde 60 km	za 3 hodiny	auto prejde 180 km	za 4 hodiny	auto prejde 240 km
	1 vstupenka	12 €	5 vstupeniek	60 €	10 vstupeniek	120 €
	1 kg múky	1,4 kg chlieb	0,5 kg múky	0,7 kg chleba	0,8 kg múky	1,12 kg chleba
	1 kg čerstvých jabĺk	300 g sušených jabĺk	2 kg čerstvých jabĺk	600 g sušených jabĺk	0,5 kg čerstvých jabĺk	150 g sušených jabĺk
	125 kg papiera	1 zachránený strom	1 250 kg papiera	10 zachránených stromov	8125 kg papiera	65 zachránených stromov
	1 liter benzínu	auto prejde 16,67 km	6 litrov benzínu	auto prejde 100 km	30 litrov benzínu	auto prejde 500 km
	1 pánsky oblek	3,5 m^2 látky	4 pánske obleky	14 m^2 látky	7 pánskych oblekov	24,5 m^2 látky
	4 chýbajúci žiaci	1 % žiakov školy	20 chýbajúcich žiakov	5 % žiakov školy	70 chýbajúcich žiakov	52,5% žiakov školy

Nepriama úmernosť a tabuľka :

- **Zadanie úlohy:**
- Ak Filoména prečíta **denne 30 strán**, prečíta knihu **za 12 dní**. Vytvor tabuľku nepriamej úmernosti, ktorá vyjadruje **závislosť dní**, za ktoré prečíta knihu **od počtu strán**: 4, 6, 10, 15, 20, 30, 40, 45, 60, 90, potrebné hodnoty dopočítaj napr. úvahou, výpočtom počtu strán knihy

5 – krát menej

2 – krát viac

Počet strán	**30**	**4**	**6**	**10**	**15**	**20**	**40**	**45**	**60**	**90**
Počet dní	12	90	60	36	24	18	9	8	6	4

5 –krát viac

2 – krát menej

Nepriama úmernosť :

Správne doplň chýbajúce údaje v tabuľke:

	Prvá veličina	Druhá veličina	Prvá veličina	Druhá veličina	Prvá veličina	Druhá veličina
Vzor :	1 kôň	**12 · 3 = 36 dní**	**3** kone	Zásoba sena vydrží **12** dní	4 kone	36 : 4 = 9 dní
	1 koza	zásoba krmiva vydrží **60** dní	**3** kozy	Zásoba krmiva vydrží **60** : **3** = 20 dní	**60** : 10 = 6 kôz	zásoba sena vydrží 10 dní
	1 traktor	Zorie pole za 8 · 5 = **40** hodín	5 traktorov	zorie pole za 8 hodín	10 traktorov	Zorie pole za **40** : 10 = 4 dni
	1 prítok	Bazén sa naplní za 16 · 2 = **32 hodín**	2 prítoky	bazén sa naplní za 16 hodín	4 prítoky	Bazén sa naplní za **32** : 4 = 8 hodín
	1 robotník	natrie most za 4 · 6 = **24 dní**	**4** robotníci	natrú most za **6** dní	**24** : 4 = 6 robotníkov	natrú most za 4 dni
	1 nákladné auto	Prejde 10 · 20 = **200 jázd**	10 nákladných áut	každé auto prejde 20 jázd na odvezenie zeminy	**200** : **5** = 40 áut	každé auto prejde **5** jázd na odvezenie zeminy

Výsledky:

závislosť	PÚ	NÚ
Obvod štvorca od dĺžky strany štvorca.	✓	✗
Čas, za ktorý teleso prejde danú vzdialenosť od rýchlosti telesa.	✗	✓
Obsah štvorca od dĺžky strany štvorca.	✗	✗
Cena tovaru od množstva tovaru.	✓	✗
Teplota vzduchu od dátumu.	✗	✗
Počet dní, za ktorý sa vykoná určitá práca od počtu robotníkov.	✗	✓
Hmotnosť telesa od jeho objemu, ak je teleso z tej istej látky.	✓	✗
Objem telesa od jeho hustoty, ak má teleso stále tú istú hmotnosť.	✗	✓
Počet dní, za ktoré prečítam knihu od počtu strán, ktoré prečítam za deň.	✗	✓
Hmotnosť sušených jabĺk od hmotnosti čerstvých jabĺk.	✓	✗

Ďakujem za pozornosť !